4^a LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA I - PG
(2015-2)

1. Considere uma partícula em um poço infinito de largura a, sujeita a uma perturbação

$$V = \alpha\,\delta\,(x - a/3)$$

   (a) Calcule a correção em primeira ordem das energias. Identifique os níveis que não sofrem correções de primeira ordem e discuta fisicamente o porquê.
   (b) Calcule os três primeiros termos da correção de primeira ordem na função de onda do estado fundamental.

2. O hamiltoneano de um certo sistema é

$$H = \hbar\omega \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -i & 2 \\ 1 & 0 & 2i & 0 & 0 \\ 0 & -2i & 0 & 0 & 2 \\ i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

   onde o primeiro termo representa o hamiltoneano não perturbado e o segundo é a perturbação .

   (a) Calcule as correções de primeira e segunda ordem da energia do primeiro nível excitado.
   (b) Calcule a correção de primeira ordem dos autoestados do primeiro nível excitado.

3. Um oscilador harmônico simples em uma dimensão é sujeito a uma perturbação $V = g\,X$, onde g é uma constante real.

   (a) Calcule a menor correção não nula para a energia do estado fundamental.
   (b) Resolva o problema exatamente e compare a correção do item anterior com o que se obtem a partir da expansão da solução exata em potências de g.

4. Considere o um oscilador harmônico isotrópico em 2 dimensões, descrito pelo hamiltoneano

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{m\,\omega^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) .$$

   Aplica-se a perturbação $V = g\,m\,\omega^2\,x\,y$, onde $g << 1$. Obtenha a correção dos três primeiros níveis de energia até 2^a ordem em teoria de perturbação e os autovetores associados até 1^a ordem.

5. Considere um sistema de dois níveis cujos estados estacionários são $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ com energias E_1 e $E_2 > E_1$, respectivamente. Aplica-se sobre o sistema a perturbação dada pela matriz $V(t) = g\,\cos\omega t\,\sigma_x$ na base $\{|1\rangle, |2\rangle\}$. Suponha que em $t = 0$ o sistema é preparado no estado $|\psi(0)\rangle = |1\rangle$. Encontre a probabilidade de transição para o nível $|2\rangle$ como função do tempo, supondo que $E_2 - E_1 \sim \hbar\omega$.

6. Uma partícula move-se em uma dimensão e sua energia é dada pelo hamiltoneano H_0, cujas autofunções são $u_n(x) = \langle x|u_n\rangle$ com energias conhecidas. Aplica-se sobre a partícula a perturbação na forma de um pulso propagante com velocidade c, representado pelo termo de interação $V(t) = A\,\delta(x - ct)$.

   (a) Suponha que em $t \to -\infty$ a partícula encontre-se no estado fundamental $|u_0\rangle$. Obtenha a probabilidade de transição para um estado final $|u_n\rangle$ quando $t \to +\infty$.
   (b) Utilize a decomposição de Fourier da função delta

$$\delta(x - ct) = \frac{1}{2\pi c}\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega\; e^{i\omega[(x/c) - t]} ,$$

   e discuta a conservação da energia para tempos longos.